O ENSINO DE SISTEMAS LINEARES A PARTIR DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA NO ENSINO MÉDIO



Felipe Claro [1]; Fernando Yudi Sakaguti[2]; Liceia Alves Pires[3]

[1] Colégio Estadual Alberto Gomes Veiga; [2] Universidade Estadual do Paraná- Unespar - Paranaguá; [3]Universidade Estadual do Paraná - Paranaguá

RESUMO

Este trabalho aborda o ensino de sistemas lineares em um segundo ano do ensino médio. Teve com objetivo apresentar que é possível, por meio de uma sequência didática, da resolução de problemas (descrita por George Polya) e do uso de recursos tecnológicos (Geogebra), trabalhar com os conteúdos e ajudar os alunos a minimizar possíveis dificuldades que tenham em relação ao tópico a ser estudado. O trabalho foi realizado com duas turmas de segundo ano do ensino médio regular de um Colégio Estadual localizado na cidade de Paranaguá – PR. Após análise dos resultados pode-se perceber uma melhora da aprendizagem e na superação das dificuldades, quando utilizadas as metodologias já escritas aliadas a atividades relacionadas com o cotidiano dos alunos.Este trabalho aborda o ensino de sistemas lineares em um segundo ano do ensino médio. Teve com objetivo apresentar que é possível, por meio de uma sequência didática, da resolução de problemas (descrita por George Polya) e do uso de recursos tecnológicos (Geogebra), trabalhar com os conteúdos e ajudar os alunos a minimizar possíveis dificuldades que tenham em relação ao tópico a ser estudado. O trabalho foi realizado com duas turmas de segundo ano do ensino médio regular de um Colégio Estadual localizado na cidade de Paranaguá – PR. Após análise dos resultados pode-se perceber uma melhora da aprendizagem e na superação das dificuldades, quando utilizadas as metodologias já escritas aliadas a atividades relacionadas com o cotidiano dos alunos.

Palavras chave: Sistemas Lineares. Sequência Didática. Resolução de problemas. Geogebra

ABSTRACT

This work deals with the education of linear systems in a second year of high school. This study aims to show that it is possible, through a didactic sequence of problem solving (described by George Polya) and the use of technological resources (Geogebra), working with the content and help students to minimize possible difficulties they have in relation to the topic to be studied. The study was conducted with two groups of second year of regular high school a State College located in the city of Paranaguá - PR. After analyzing the results can be seen an improvement in learning and overcoming difficulties when used methodologies ever written combined with activities related to the daily lives of students.

Key Words: Geogebra. Linear Systems. Didactic sequence. Troubleshooting. Geogebra

1. INTRODUÇÃO

Quando o professor vai trabalhar no segundo ano do ensino médio, com sistemas lineares, percebe que os alunos têm dificuldades em matemática básica e também não tem clareza sobre o que é uma equação linear, o que acaba dificultando a introdução do conteúdo. Esse desconhecimento prévio, que é um pré-requisito ao conteúdo a ser visto, acaba se configurando como um entrave na aprendizagem do aluno.

Buscando um ensino-aprendizagem que leve o aluno a sanar as dificuldades oriundas dos anos anteriores e também consiga entender os conteúdos, é que se propôs este trabalho, que tem como objetivo apresentar os sistemas lineares vistos sob uma perspectiva de uma aula diferente da tradicional, para isso foi utilizando uma sequência didática, juntamente com a metodologia de resolução de problemas e de recursos tecnológicos, buscando minimizar os problemas de aprendizagem dos alunos que estão no ensino médio.

A escolha da sequência didática deu-se, pois ela apresenta um conjunto de atividades ordenadas, articuladas a fim de se alcançar um determinado objetivo educacional. Já a resolução de problemas faz parte desse trabalho, pois consiste em um processo que leva a fixação do conteúdo aprendido pelo educando. O uso dos recursos tecnológicos se deu numa perspectiva de fixação de conteúdos e verificação das respostas.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Como o próprio nome diz, a sequência didática, pode ser considerada como uma sequência, baseada em um conjunto de ações que são pensadas, estruturadas e seguidas, buscando alcançar determinados objetivos dentro da educação.

Para ZABALA (1998, p.18) a sequência didática define-se como "(...) um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos", sendo este o eixo norteador para esta pesquisa.

O termo sequência didática é encontrado na área da educação matemática, primeiramente com os trabalhos do educador matemático francês Guy Brousseau, na Teoria das Situações didáticas. TEIXEIRA e PASSOS (2013, p. 164) apresentam que para Brousseau (1996):

> (...) a forma didática em que se assenta a estruturação de uma sequência didática possa influenciar o aluno, em relação aos significados, de modo que ele consiga interiorizar os conteúdos subjacentes, quando a situação didática lhe é apresentada, permitindo a intervenção preparada.

Na teoria das situações didáticas são discutidas as formas de apresentação de parte de conteúdos ou de sua totalidade, para os alunos de forma planejada, por meio de uma sequência didática.

Em todo início de ano letivo, o professor da rede pública estadual no Estado do Paraná, deve fazer, em cada disciplina que leciona, o Plano de Trabalho Docente (PTD), ou seja, planejar e organizar os conteúdos, objetivos e a avaliação a serem dados e alcançados com suas aulas. Ao elaborar tal documento o professor de certa forma, já criará uma sequência didática, pois estará planejando a aula, de forma que as atividades estejam interligadas entre si.

É importante que o planejamento seja o mais prático possível, com conteúdos e materiais que o levem os alunos a superar desafios cada vez mais complexos e assim permita a sua construção do conhecimento.

A sequência didática que foi aplicada neste trabalho teve como objetivo ajudar o aluno a compreender os sistemas lineares e minimizar o déficit de aprendizagem na matemática básica.

> Ao iniciar a sequência didática, é necessário efetuar um levantamento prévio dos conhecimentos dos alunos e, a partir desses, planejar uma variedade de aulas com desafios e/ou problemas diferenciados, jogos, análise e reflexão. Aos poucos, faz-se necessário aumentar a complexidade dos desafios e orientações permitindo um aprofundamento do tema proposto (PERETTI; COSTA, 2013, p.6).

Com base nas afirmações dos autores acima, é que este trabalho se iniciou a partir de uma avaliação diagnóstica, onde o pesquisador pode conhecer os *déficits* dos alunos com relação a matemática básica, utilizando questões de aritmética, álgebra, matrizes, equação do primeiro grau e sistemas lineares.

A segunda parte foi realizada atividades que envolviam equações do primeiro grau a partir de situações problemas que podem estar no cotidiano dos alunos, explicando sua definição, coeficientes, modelando a forma algébrica e gráfica.

Em seguida, a terceira parte da sequência didática, foi o trabalho com resolução geométrica de sistemas lineares, ainda de forma expositiva utilizando situações problemas.

Na quarta parte do trabalho, foram apresentadas situações problemas que envolviam a modelagem de sistemas de equações lineares que deveriam ser resolvidos por meio de matrizes e determinantes.

Na quinta parte os alunos foram até o laboratório de informática, onde aprenderam a resolver exercícios de sistemas lineares com situações problemas interdisciplinares utilizando o *software Geogebra*.

> A sequência didática também permite a interdisciplinaridade, ao tratar de um tema na disciplina elencada poderá recorrer a especificidades de outras permitindo explorar o conhecimento globalmente, diminuindo a fragmentação. Durante o planejamento é possível determinar as possibilidades de trabalho interdisciplinar durante o tempo desejado. (PERETTI; COSTA, 2013, p.7).

E por fim foi aplicada uma avaliação para que o pesquisador pudesse verificar se houve ou não aprendizagem e a minimização dos *déficits* de aprendizagem.

2.2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMA

A resolução de problema pode ser utilizada como uma estratégia de ensino e aprendizagem propiciando aos professores a realização de conexões interdisciplinares e em diferentes ramos da matemática. De acordo com Smole e Diniz (2001, p.87) a resolução de problemas corresponde ao modo de organizar o ensino, o qual envolve mais aspectos puramente metodológicos, incluindo uma postura frente ao que é ensinar e, consequentemente, do que significa aprender.

> Analisar a resolução de problemas como uma perspectiva metodológica a serviço do ensino e da aprendizagem de matemática amplia a visão puramente metodológica e derruba a questão da grande dificuldade que alunos e professores enfrentam quando se propõem a resolução de problemas nas aulas de matemática. A utilização de recursos da comunicação pode resolver ou fazer com que não exista essas dificuldades. (SMOLE; DINIZ, 2001, p. 87)

Ainda segundo os autores, a resolução de problemas dentro de três concepções: Como meta, processo ou habilidade básica.

Na primeira concepção a resolução de problemas seria o alvo para o ensino da matemática, ou seja, o aluno precisa ter uma estrutura de conhecimentos e focar seu aprendizado na resolução de problemas.

Para Smole e Diniz (2001 p. 88), a segunda concepção tem base nos trabalho de POLYA 1977, onde o enfoque na resolução de problemas é utilizar o conhecimento prévio do aluno em situações novas, também nessa concepção é necessário classificar os tipos de problemas, estratégias e esquemas como formas de melhor resolver os problemas.

A última concepção descrita pelos autores traz a resolução de problemas como habilidade básica, ou seja, o mínimo necessário para que possa ser aceito no mundo do conhecimento e do trabalho.

Para POLYA (1995, p.3) ao tentar resolver um problema, deve-se primeiro observar e tentar imitar as pessoas que o fazem e assim com o tempo vai-se tendo a habilidade de resolver outros problemas.

De acordo com POLYA (1995, p. XIII), a resolução de problemas matemáticos está divida em quatro etapas: a) compreensão do problema; b) estabelecimento de um plano; c) execução do plano e d) retrospecto ou verificação.

Para compreender um problema se faz necessário entender o que está sendo pedido. Desta forma, algumas indagações são importantes, entre as quais: qual é a incógnita e os dados presentes no problema? Qual é a condicionante? Ela é possível de ser satisfeita? É possível separar o problema em partes da condicionante? É possível criar uma notação adequada?

Ao estabelecer um plano é preciso verificar a relação entre os dados e a incógnita. Pode-se nessa fase buscar problemas auxiliares para resolução do problema inicial. Desta forma, deve-se estar atento aos seguintes questionamentos: você já viu um problema desta forma? Ou já viu o mesmo problema apresentado sob uma forma ligeiramente diferente? Conhece um problema correlato?

Já na fase de execução do plano, se faz necessário executar o plano passo a passo, verificando cada um, para então, passar para a fase da retrospectiva, que é o momento de examinar a solução obtida, verificando se a resposta parece estar correta, se é possível encontrar caminhos diferentes para a solução. Procedendo dessa forma ao trabalhar com a resolução de problemas o professor faz com que o aluno: pense produtivamente, desenvolva seu raciocínio lógico, esteja preparado para situações novas e novos problemas.

Além disso, o professor tornará as aulas de matemática mais interessantes e desafiadoras, pois leva o aluno a criar estratégias e procedimentos que irão o auxiliar na análise e resolução dos problemas matemáticos .Entre os problemas que podem ser apresentados pelo professor em sala de aula, estão os que envolvem os sistemas lineares.

2.3 O USO DE RECURSOS TECNOLÓGICOS NA EDUCAÇÃO

Na atualidade a educação e a tecnologia estão fazendo parte de pesquisas no âmbito educacional, visto que cada vez mais o ensino vem tento uma conotação tecnológica.

As pessoas estão fazendo cada vez mais uso de computadores, *smartphones, tabletes* e outras tecnologias, e desta forma se torna impossível ao professor, a escola e

seus envolvidos, estarem alheio a essas ferramentas que podem ser inseridas em seus trabalhos em sala de aula.

O papel da escola também deverá mudar,

> (...) a escola, qualquer que seja sua modalidade, terá que ser menos formal e mais flexível, para não apenas transmitir conhecimentos técnicos e livrescos, mas para gerar conhecimentos a partir das reflexões sobre as práticas inseridas num mundo que age e se organiza diferentemente dos esquemas tradicionais. (BASTOS, 1996, p.2).

Ainda existem professores e educadores que resistem ao uso de tecnologias na sala de aula, no entanto, é algo que já está sendo considerada como uma metodologia de ensino, como nos apresenta Paraná (2008, p.65): “Os recursos tecnológicos, como o software, a televisão, as calculadoras, os aplicativos da Internet, entre outros, têm favorecido as experimentações matemáticas potencializando formas de resolução de problemas.” Na atualidade, também estão presentes para uso do professor os *tablets, smartphones* e seus aplicativos.

Nesse contexto, é preciso ter claro que utilizar as novas tecnologias em sala de aula não é apenas levar os alunos a um laboratório é preciso pensar num ambiente adaptado, onde os alunos utilizem os equipamentos de acordo com cada atividade. Essa ideia é complementada por Brasil (2006, p. 89) que apresenta: “No uso de tecnologias para o aprendizado da Matemática, a escolha de um programa torna-se um fator que determina a qualidade do aprendizado”. Desta forma é preciso saber que tecnologia ou qual *software* utilizar, de forma que ele venha a contribuir para a aprendizagem do conteúdo que está em questão.

Nesse trabalho, escolheu-se como tecnologia o software GeoGebra, “que é um *software* matemático que reúne geometria, álgebra e cálculo” (Hohenwarter, 2007), e que foi desenvolvido por Markus Hohenwarter para a educação matemática nas escolas.

Além dessas características a escolha do software se deu por ser de fácil aquisição e instalação e também “(..) não implica qualquer tipo de ônus para as instituições de ensino da rede pública, tornam o projeto altamente viável.” (OLIVEIRA, MARIM, 2010, p.254).

2.4 SISTEMAS LINEARES E MATRIZES

Antes de iniciar a explanação sobre os sistemas de equação linear é preciso definir o que é uma equação linear, e nesse contexto será usada à definição apresentada por DANTE (2010, p. 144), que nos apresenta que:

Denomina-se equação linear toda equação que pode ser escrita na forma (*eq. 1*):

$$a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + \cdots + a_nx_n = b \quad (1)$$

Na qual:

- $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ São as incógnitas;
- $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ São números reais chamados coeficientes das incógnitas;
- b É o termo independente.

Um sistema linear é definido por DANTE (2010, p. 145) como um "(..) conjunto S de m equações lineares em n incógnitas", enquanto para MACHADO (1986, p. 8) a definição de uma "(...) matriz real do tipo $m\ x\ n$ é denominada toda tabela formada por $m * n$ números reais dispostos em m linhas e n colunas".

Quando tem-se um conjunto de equações lineares podemos dizer que temos um sistema. Para DANTE (2010, p. 145) "Denomina-se sistema linear $m\ x\ n$ o conjunto S de m equações lineares em n incógnitas, que podem ser representados" da seguinte forma (*eq. 2*):

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \ddots \quad \vdots \quad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases} \quad (2)$$

Sendo $a_{ij} \in R$, com i o número da linha e j o número da coluna e para i e $j \in N^*$ tal que:

$$1 \leq i \leq m; 1 \leq j \leq n \quad (3)$$

3. O CONTEXTO DA ESCOLHA DA PESQUISA

Este é um trabalho sobre o ensino de sistemas lineares e suas formas de aprendizagem utilizando uma sequência didática, resolução de problemas e usos de recursos tecnológicos, como forma de minimizar as dificuldades de aprendizagem de tal conteúdo para alunos do ensino médio.

A escolha desse conteúdo deu-se durante o ano de 2015, pois nesse período o pesquisador assumiu algumas aulas como professor substituto no Estado do Paraná em várias turmas de 2° anos do ensino médio.

Ao entrar em sala de aula se deparou com uma realidade muito difícil, a grande maioria dos alunos apresentava muita dificuldade em ler, entender, operar e relacionar os conteúdos matemáticos.

Além disso, durante as aulas que ministrou no ensino médio, ficou muito evidente que os alunos não conseguem resolver problemas que envolvam conceitos matemáticos.

As dificuldades são tão grandes, que muitas vezes eles não conseguem nem sair da fase inicial, que é a identificação de variáveis do problema e dos seus objetivos.

SMOLE e DINIZ (2001, p. 72) corroboram com essa situação vivida pelo pesquisador, quando apresenta que:

> A dificuldade que os alunos encontram em ler e compreender textos de problemas estão, entre outros fatores, ligada a ausência de um trabalho específico com o texto do problema. O estilo no qual os problemas de matemática geralmente são escritos, a falta de compreensão de um conceito envolvido no problema, o uso de termos específicos da matemática que, portanto, não fazem parte do cotidiano do aluno e até mesmo palavras que tem significados diferentes na matemática e fora dela - Total, diferença, ímpar, média, volume, produto- podem constituir – se em obstáculos para que ocorra a compreensão. (SMOLE e DINIZ, 2001, p. 72)

Como no planejamento anual, a proposta era de trabalhar o conteúdo de sistemas lineares no 4° bimestre, fez-se necessário buscar metodologias que diminuíssem as dificuldades dos alunos, de forma a proporcionar compreensão, raciocínio lógico e interesse pelo conteúdo estudado.

Nesse contexto, foi pensado no trabalho utilizando a metodologia de resolução de problemas, pois acreditava-se que ela poderia ajudar a minimizar as dificuldades dos alunos.

3.1 Os envolvidos na pesquisa

Os sujeitos da pesquisa foram alunos do período matutino, de uma Escola Estadual, localizada na cidade de Paranaguá, PR.

Dentre os alunos do colégio, foram escolhidas duas turmas do 2° ano do ensino médio no período matutino, sendo a turma A composta de 38 alunos e a turma B composta de 42 alunos. Essas turmas foram escolhidas, pois no Plano de Trabalho Docente (PTD) o conteúdo sistemas lineares deve ser trabalhado.

3.2 A sequência didática

Buscando reverter o quadro apresentado acima, estabeleceu-se que seriam realizadas com as turmas sequências de atividades, que aqui denominamos sequência didática, como forma de organização e sistematização das aulas onde seriam trabalhados os conceitos, definições, resolução de problemas envolvendo o conteúdo sistemas lineares e problemas aplicados a situações cotidianas.

3.2.1 Primeira etapa da sequência didática: Identificação das principais dificuldades dos alunos

Iniciou-se o trabalho na parte prática com uma prova diagnóstica contendo questões de aritmética, álgebra, matriz e aplicações de sistemas lineares, onde pode-se perceber quais as dificuldades dos educandos. Para tanto utilizou-se duas aulas geminadas. A prova foi na sala de aula e realizada de forma individual, sem consulta a

materiais, colegas e sem uso de calculadora, celular, computador ou qualquer outro meio eletrônico.

Os alunos tiveram muitas dúvidas principalmente de qual forma eles poderiam fazer a resolução dos exercícios: alguns fizeram por tentativa e erro, outros tentaram e erraram em alguma parte do processo de resolução e a grande maioria não iniciou o exercício. Nesta parte não houve ajuda do professor.

Percebeu-se pela avaliação diagnóstica que muitos alunos não têm domínio sobre regras de sinal, minimo múltiplo comum, enfim sobre a matemática básica, pode se tornar um entrave na sua aprendizagem.

Para BERTI; CARVALHO (2016, p. 5) “A resolução de uma atividade pelo aluno, de certa forma, representa o alcance que sua aprendizagem pode atingir ou como ele pensa naquele momento e naquela situação.”

Foram apresentados, nessa avaliação, problemas que envolviam o uso do dinheiro, e estes tinham a intencionalidade de perceber como os alunos se saem com relação a situações que envolvem: regras básicas da matemática, modelação de problemas, associação do problema a uma equação linear e a um sisterma linear.

Para DANTE (2007, p. 15):

> (...) é necessário formar cidadãos matematicamente alfabetizados, que saibam como resolver, de modo inteligente, seus problemas... da vida diária. E para isso, é preciso que a criança tenha, em seu currículo de matemática elementar, a resolução de problemas como parte substancial, para que desenvolva desde cedo a capacidade de enfrentar situações – problema.

Em tais problemas os alunos conseguiram identificar as variáveis e mais da metade dos alunos conseguiu modelar a situação.

Depois de realizado esse diagnóstico inicial, passou-se para a próxima fase do trabalho. Nessa nova fase as aulas foram ministradas de forma expositiva, dialogada, com resolução de listas de exercícios. Nessa fase foram empregadas 8 aulas, onde além de trabalhar o conteúdo sobre sistemas lineares o professor foi trabalhando as dificuldades encontradas na prova diagnóstica. Sempre retornando nos conteúdos que envolviam regra de sinal, frações, que foram onde as provas diagnósticas mais tiveram problemas.

3.2.2 Segunda etapa da sequência didática: apresentação dos conteúdos de sistemas lineares

O trabalho foi iniciado apresentando aos alunos de forma expositiva o que era uma equação do 1° grau, sua definição, as incógnitas, os coeficientes das incógnitas e o termo independente.

Também foram mostrados alguns exemplos de equações lineares, equações não lineares, exemplos aplicados e como ela era resolvida já relembrando algumas propriedades matemáticas.

Na segunda aula expositiva foi trabalhado o conceito de um sistema de equações lineares, a definição e exemplos de sistemas de equações lineares e de sistemas de equações não lineares. Também foi apresentado o que é uma solução ou um conjunto de soluções de sistemas lineares

Na terceira e quarta aula foi apresentado de forma expositiva o método da Adição e o método de substituição para a resolução de um sistema linear $2x2$, como interpretar os resultados encontrados, noção de par ordenado e já introduzindo à classificação dos sistemas lineares a partir dos resultados.

A partir dessa etapa foram trabalhados alguns problemas que envolviam o conteúdo estudado nas aulas anteriores. Pode perceber que muitos alunos erravam os sinais das operações e os mínimos múltiplos comum, como era de esperar, conforme comprovado no teste diagnóstico. Nesse momento, parte da aula foi interrompida, para que fosse realizada uma revisão dos principais tópicos onde os alunos estavam apresentando as maiores dificuldades e erros e a partir dessa etapa os alunos resolveram vários exercícios envolvendo sistemas lineares.

3.2.3 Terceira e quarta etapa da sequência didática: resolução geométrica de sistemas lineares a partir de situações problemas

Essas duas etapas consistiam em, a partir de duas situações problemas, utilizar a solução geométrica para os mesmos.

Problema 1. Certa transportadora possui depósitos nas cidades de Antonina, Paranaguá e Curitiba. Três motoristas dessa empresa, que transportam encomendas apenas para esses três depósitos, estavam conversando e fizeram as seguintes afirmações:

Motorista 1: Ontem saí de Antonina, entreguei parte da carga em Paranaguá e o restantes em Curitiba. Ao todo, percorri 143,6 Km.

Motorista 2: Eu saí de Paranaguá, entreguei uma encomenda em Curitiba e depois fui para Antonina. Ao todo percorri 174,2 km.

Motorista 3: Semana passada, eu saí de Curitiba, descarreguei parte da carga em Antonina e o restante em Paranaguá percorrendo, ao todo, 136,4 km.

Sabendo que os três motoristas percorreram rigorosamente o percurso imposto pela transportadora, quantos quilômetros percorreria um motorista que partisse de Antonina, passasse por Paranaguá, depois a Curitiba e retornasse a Antonina.

Problema 2. Um comerciante da Cidade de Paranaguá, que trabalhava com grãos, pediu a seu empregado pesar três pacotes de farinha, onde um a embalagem era branca (b), outro verde (v) e outro de cor laranja (l). O rapaz voltou e disse:

- O pacote (b) e o pacote (v), juntos, têm 110 quilogramas. O pacote (b) e o pacote (l) juntos, têm 120 quilogramas. E o pacote (v) mais o pacote (l) pesam 122 quilogramas.

Na verdade o que o comerciante queria era saber o peso de cada pacote (a), (v) e (l), separadamente. Para não ter que pesar novamente, pois já estava cansado o empregado usou a matemática e descobriu o peso de cada um. Será que você pode resolver esse problema e indicar quanto pesou cada pacote?

A sequência dessa fase do trabalho foi baseada na proposta apresentada por Polya (1995), em seu livro: A Arte de Resolver Problemas.

COMPREENSÃO DOS PROBLEMAS

A princípio muitos alunos tiveram dificuldades em resolver os problemas utilizando o conteúdo trabalho nas aulas expositivas. A turma A apresentou uma melhora com o decorrer da aula e se mostrou mais interessada, enquanto a turma B, poucos alunos conseguiram desenvolver a atividade até a intervenção do professor.

A atividade ocorreu de forma individual. Os alunos da turma A perguntavam sobre como deveriam iniciar os problemas, quais eram as incógnitas e os dados presentes no problema, enquanto da turma B apenas tentava atribuir valores. Muitos tinham dificuldades de modelar matematicamente o exercício e os que conseguiam apresentavam algumas dificuldades na matemática básica.

Essa foi uma situação que o pesquisador já previa, pois na referência consultada, apresenta que:

> O aluno deve também estar em condições de identificar as partes principais do problema, a incógnita, os dados, a condicionante. Daí porque, raramente, pode o professor dispensar as indagações: *Qual é a incógnita? Quais os dados? Qual a condicionante?* (POLYA, 1995, p.5).

Como os alunos não estavam conseguindo identificar as partes principais do problema, algumas indagações foram feitas, no intuito de ajudá-los a solucionar o problema, tipo: o que se pede no problema? Há relação entre os conteúdos que estamos vendo nas aulas com os exercícios? Tem como usarmos os conceitos aprendidos durante as aulas para resolver estes problemas? Dentre outros questionamentos.

ESTABELECIMENTO DE UM PLANO

Nesta etapa foi pedido aos alunos que tentassem elaborar um plano para a resolução de cada um dos problemas, ou seja, encontrar um método que os ajudasse na tarefa.

Eles deveriam observar os exemplos dados anteriormente para tentar chegar a uma solução, utilizando o que há de semelhante entre os problemas e reformulando o que for necessário, voltando as definições, levando em conta todas as noções essenciais implicadas no problema.

Alguns alunos usaram o método de tentativa e erro e alguns desistiram da resolução e nesse momento o professor teve que fazer interferências e ajudar aos alunos a visualizar possíveis estratégias de solução.

Com a ajuda do professor, alguns alunos montaram matrizes ou sistemas lineares com os dados apresentados no problema. Estes foram a grande maioria.

Já alguns raros alunos não precisaram de ajuda, conseguiram sozinhos perceber que a partir das informações apresentadas poderiam montar sistemas lineares e a partir dessas matrizes poderiam utilizar os conceitos vistos em sala de aula para a solução do problema.

EXECUÇÃO DE UM PLANO

Essa etapa foi relativamente fácil para os alunos, pois como eles já sabiam como resolver uma matriz das aulas expositivas, após ter os dados dos problemas em matriz foi fácil a resolução.

Como nos apresenta POLYA (1995, p.11) “Se o aluno houver realmente concebido um plano, o professor terá então um período de relativa tranquilidade.” Essa tranquilidade foi realmente relativa, pois alguns alunos precisaram de ajuda para utilizar o método de solução de matrizes.

RETROSPECTIVA

Na retrospectiva os alunos examinaram a solução encontrada, verificando se esta foi a melhor forma de chegar ao resultado, ou se ele poderia ter feito isso de outra forma. Foi questionado aos alunos se o resultado ou método poderia ser utilizado em problemas semelhantes.

3.2.4 Quinta etapa da sequência didática: usando os recursos tecnológicos para solução dos problemas

Após tentar resolver os problemas em sala de aula no papel eles foram encaminhados ao laboratório de informática para usar o programa *Geogebra* para resolverem os exercícios e verificar se o que havia sido feito na aula estava correto. Os alunos trabalharam em duplas e tiveram a ajuda do professor para utilizar o programa e interpretar os problemas.

No trabalho com o software *Geogebra,* primeiramente, foi explanada sobre o plano cartesiano, pontos (pares ordenados), que cada equação do sistema linear

representa uma reta, retas concorrentes, retas paralelas, retas coincidentes e interpretar geometricamente o sistema linear de equações. A partir disso resolveram a atividade que havia sido dado na sala de aula e conferiram se haviam acertado.

Pôde-se perceber muito interesse dos alunos quando se fez uso desse *software,* apesar de ter sido uma aula expositiva, porém diferente, saiu do quadro negro, onde o professor só escrevia no quadro, para uma aula mais dinâmica, onde eles puderam sair da abstração e compreender melhor o conteúdo.

Os alunos se adaptaram facilmente ao *software* e sempre que necessário perguntavam. Os alunos puderam visualizar e compreender melhor o conteúdo trabalho. Segundo GÓMEZ citado por DULLIUS e HAETINGER (2.005, p. 3)

> (...) mesmo que o uso das tecnologias não seja a solução para os problemas de ensino e de aprendizagem da matemática, há indícios de que ela se converterá lentamente em um agente catalizador do processo de mudança na educação matemática. Graças as possibilidades que oferece para manejar dinamicamente os objetos matemáticos em múltiplos sistemas de representação dentro de esquemas interativos, a tecnologia abre espaço para que os estudantes possam viver novas experiências matemáticas (difíceis de conseguir com recursos tradicionais como o lápis e o papel), visto que pode manipular diretamente os objetos matemáticos dentro de um ambiente de exploração.

Os alunos fizeram uma avaliação para que fosse feito uma comparação da evolução dos estudantes no decorrer do período, seu aprendizado sobre sistemas de equações lineares, principalmente se houve compreensão dos conteúdos essenciais, utilizando o método de resolução de problemas.

3.2.5 Sexta etapa da sequência didática: avaliação final

Nessa última etapa da sequencia didática foi aplicado uma avaliação muito parecida com a avaliação diagnóstica, com os mesmos objetivos. Nesta, o pesquisador pode perceber que muitos alunos conseguiram utilizar adequadamente as propriedades e conceitos do conteúdo trabalho, porém quando o exercício aplicado envolvia um sistema linear a grande maioria tentou fazer. Já em exercícios com sistemas lineares com três equações alguns alunos deixaram de fazer por ser um pouco extenso e trabalhoso.

No entanto pode-se perceber que alguns erros da matemática básica, ainda persistiram, como por exemplo, de regra de sinais na multiplicação, no produto de matrizes, etc. se mantiveram em algumas provas. Não tanto como na avaliação diagnóstica, mas ainda persistiram.

A prova consistia de cinco questões, nas três primeiras, os alunos precisavam saber operar corretamente com conceitos básicos da matemática que envolviam as equações, tais como: adição, subtração, produto, quociente. Nessa questão houve uma melhora de 60% com relação a segunda prova.

Nas duas últimas questões que envolviam problemas com sistemas lineares, a média de acertos passou de 30% na prova diagnóstica para 70% na prova final, ou seja, houve uma melhora significativa.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Atualmente o nosso sistema de ensino está voltado para a formação integral dos sujeitos do ensino médio, onde deve-se levar em conta todas as diferenças e diversidades.

Muitas vezes os conteúdos teóricos matemáticos, como o de sistema linear, tornam-se abstrato e pouco atrativo para os alunos, principalmente quando fala-se de uma geração voltada para a tecnologia e dinamismo de informações, tudo muda muito rápido o tempo todo. Para essa juventude, deve-se pensar em uma forma mais prática e voltada para problemas práticos que envolvam a realidade do aluno, como metodologia de trabalho.

Nesse estudo buscou-se mostrar aos alunos que esse conjunto de sistemas matemáticos podem ter uma utilidade prática em suas vidas, que pode ser algo que os auxiliem na sua vida.

O objetivo inicial desse estudo era mostrar como é possível trabalhar por meio de uma sequência didática, da resolução de problemas e o do uso de recursos tecnológicos, situações didáticas que venham apresentar conteúdos novos aos alunos e ao mesmo tempo buscar sanar as dificuldades de matemática básica.

Teve alguns pontos que foram percebidos no contato direto com os alunos, e não nas avaliações, entre eles alguns pré-conceitos, que muitos alunos tinham sobre o ensino da matemática, além disso, a falta de conhecimento de elementos essenciais e também o desinteresse e falta de perspectiva de alguns alunos. No entanto o pesquisador, após esse trabalho como docente no ensino médio, percebeu que é possível sim, pensar em um ensino mais dinâmico e atrativo para os alunos.

Como sugestão de futuros trabalhos seria interessante pensar em aulas que usassem não só resolução de problemas, mas também a modelagem matemática e que fossem realizadas não só envolvendo a disciplina de estudo, mas também um trabalho interdisciplinar envolvendo outras áreas de conhecimento.

REFERÊNCIAS

BASTOS, J. A. de S. L. de A. **Os centros tecnológicos na formação de docentes e alunos, e em sua vinculação com o setor produtivo.** Trabalh apresentado no IV Congresso de Educacion Tcnológica de los países del Mercosur, Montevideo, 1996.

BRASIL. **Orientações curriculares para o ensino médio.** Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Secretaria da Educação Básica. Brasília, 2006.

BERTI, N. M.; CARVALHO, M. A. B.**Erro e estratégias do aluno na matemática: contribuições para o processo avaliativo**. Cascavel, ano. 28 f. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/496-4.pdf> Acesso 24 de fev. 2016.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de matemática**: 1° a 5° séries. 12. ed. São Paulo: Editora Ática, 2007.

DANTE, L. R. **Matemática**: Contexto e aplicações, 1. ed. São Paulo: Editora Ática, 2010.

DULLIUS, M. M.; HAETINGER, C. E**nsino e aprendizagem de matemática em ambientes informatizados**: concepção, desenvolvimento, uso e integração destes no sistema educacional. IV Encontro ibero-americano de coletivos escolares e redes de professores que fazem investigação na sua escola. Disponível em: < http://www.pucrs.br/famat/viali/tic_literatura/artigos/tics/Dulius_Haetinger.pdf> Acesso em: 21 DEZ. 2015.

MACHADO, A. dos S. **Sistemas lineares e análise combinatória**. 1. ed. São Paulo: Atual, 1986.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Departamento de Educação Básica. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica – Matemática**. Paraná, 2008.

PERETTI, L.; COSTA, G.M.T. **Sequência didática na matemática.** Revista de Educação do Ideau.Rio de Janeiro, vol.8, n.17, p. 6, 2013.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**: Um novo aspecto do método matemático. Tradução Heitor de Lisboa de Araújo Rio de Janeiro: Interciência,1995.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender matemática. 1 ed. Porto Alegre: Artmed Editora,2001.

TEIXEIRA, P.J. M; PASSOS, C.C.M. **Um pouco da teoria das situações didáticas.** Zetetiké, FE. Unicamp, 2013. v.21, n.39.

ZABALA, A. **A prática educativa.** Tradução: Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: ArtMed, 1998.